

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой вычислительной математики
и прикладных информационных технологий (ВМиП ИТ)



Т.М. Леденева
21.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.16 Математическая статистика

1. Код и наименование направления подготовки:

15.03.06 Мехатроника и робототехника

2. Профиль подготовки:

Интеллектуальные системы управления в мехатронике и робототехнике

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий (ВМиП ИТ)

6. Составитель программы:

Аристова Екатерина Михайловна, к.ф.-м.н., доц., доцент кафедры ВМиП ИТ

7. Рекомендована: НМС факультета ПММ 17.03.2025, протокол № 6

8. Учебный год 2026-2027

Семестр: 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины: сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам математической статистики как теоретической основы статистической обработки данных.

Задачи учебной дисциплины:

изучение основных задач математической статистики;

формирование у обучающихся навыков решения прикладных задач статистической обработки данных, в том числе с использованием пакетов прикладных программ

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: обязательная часть.

Изучение данной дисциплины базируется на теоретических знаниях и практических навыках, полученных в результате освоения следующих дисциплин: Теория вероятностей, Дискретная математика, Математический анализ.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности	ОПК-1.2	Применяет системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач	<i>Знать:</i> основные принципы системного подхода и особенности его реализации при использовании математического аппарата теории вероятностей. <i>Уметь:</i> применять системный подход для формализации прикладной задачи в условиях стохастической неопределенности. <i>Владеть:</i> математическими методами решения прикладных задач на основе вероятностного подхода.
		ОПК-1.3	Осуществляет выбор современных математических инструментальных средств для обработки изучаемых данных в соответствии с поставленной задачей, анализирует результаты расчетов и обосновывает полученные результаты	<i>Знать:</i> терминологическую базу и теоретические сведения из основных разделов теории вероятностей. <i>Уметь:</i> определить для конкретной задачи возможность применения тех или иных формул теории вероятностей. <i>Владеть:</i> навыками решения практических задач на основе математического аппарата теории вероятностей.
ОПК-2	Способен применять основные методы, способы и средства получения, хранения, переработки информации при решении задач профессиональной деятельности	ОПК-2.2	Анализирует задачу, подбирает необходимые методы математического и алгоритмического моделирования для ее решения	<i>Знает:</i> основы методы сбора, обработки и применения выбранного подхода при решении задач со стохастическими свойствами <i>Умеет</i> определять методики решения задач с учетом вероятностных свойств <i>Владеет</i> методами математического и алгоритмического моделирования при решении практико-ориентированных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах: 3/108

Форма промежуточной аттестации: зачет с оценкой

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			3 семестр	...
Контактная работа		64	64	
в том числе:	лекции	32	32	
	практические	16	16	
	лабораторные	16	16	
Самостоятельная работа		44	44	
Промежуточная аттестация (зачет с оценкой)		-	-	
Итого:		108	108	

13.1. Содержание разделов дисциплины

1. Лекции			
№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	
1.1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	Предмет и задачи математической статистики. Основы выборочного метода. Задачи математической статистики и вероятностно-статистическая модель. Выборка. Выборочные моменты. Порядковые статистики. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма и полигон частот. Асимптотическое поведение выборочных моментов. Теорема Слуцкого. Асимптотическая нормальность выборочных моментов.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=23454
1.2	Точечные оценки параметров распределения	Точечные оценки и их свойства.: несмещенность, состоятельность, оптимальность. Функция правдоподобия, вклад выборки, функция информации. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки. Достаточные статистики. Теорема Неймана-Фишера.	
1.3	Методы нахождения точечных оценок	Методы нахождения точечных оценок. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия. Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Метод моментов.	
1.4	Распределения, связанные с нормальным распределением	Квадратичные и линейные формы от нормальных случайных величин, их свойства. Теорема Фишера. Распределение хи - квадрат (Пирсона); свойства распределения; числовые характеристики. Распределение Стюдента; его свойства; числовые характеристики. Распределение Фишера-Снедекора; его свойства и числовые характеристики.	
1.5	Интервальное оценивание	Построение доверительных интервалов с помощью центральной статистики. Построение доверительных интервалов для параметров нормальной генеральной совокупности. Построение асимптотического доверительного интервала.	
1.6	Проверка статистических гипотез	Проверка простых параметрических гипотез. Рандомизированные и нерандомизированные критерии. Вероятности ошибочных решений. Функция мощности. Равномерно наиболее мощные критерии. Выбор из двух простых гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка статистических гипотез о параметрах нормального распределения. Проверка сложных параметрических гипотез.	

1.7	Критерии согласия и однородности	Проверка гипотез о законе распределения. Критерий согласия хи-квадрат. Критерий согласия Колмогорова. Критерий однородности хи-квадрат. Критерий однородности Колмогорова-Смирнова.
1.8	Метод наименьших квадратов	Метод наименьших квадратов и функция регрессии. Оценка параметров методом наименьших квадратов и ее свойства. Функция регрессии. Оценка параметров линейной регрессии.
2. Практические занятия		
2.1	Основы выборочного метода.	
2.2	Задача определения точечных оценок неизвестных параметров распределения. Методы нахождения точечных оценок.	
2.3	Интервальное оценивание неизвестных параметров распределения.	
2.4	Проверка статистических гипотез.	
2.5	Критерии согласия и однородности.	

<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=23454>

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	4	2	2	4	12
2	Точечные оценки параметров распределения	6	2	4	6	18
3	Методы построения точечных оценок	4	2	-	5	11
4	Распределения, связанные с нормальным распределением	4	-	-	6	10
5	Интервальное оценивание	4	3	4	6	17
6	Проверка статистических гипотез	6	4	4	9	23
7	Критерии согласия и однородности	2	1	-	4	7
8	Метод наименьших квадратов	2	2	2	4	10
	Итого:	32	16	16	44	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Математическая статистика». Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют обучающегося, показывают, что он должен знать по данной теме. Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);

- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения необходимо выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Туганбаев А.А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 320 с. // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/167844 .

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Горлач Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебно-методическое пособие / Б. А. Горлач. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 320 с. // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/168478 .
3	Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 2005. – 479 с.
4	Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 2007. – 403 с.
5	Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / Под ред. Свешникова А.А. – Москва: Лань, 2008. – 448 с. – Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=399
6	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учебное пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж: ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. – Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
7	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учебное пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж: ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. – Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
8	https://intuit.ru/studies/curriculum/16083/video_courses/493/info Теория вероятностей и математическая статистика / НОУ ИНТУИТ

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
8	http://www.lib.vsu.ru/ ВГУ Зональная научная библиотека
9	https://e.lanbook.com/book/167844 Электронно-библиотечная система
10	https://intuit.ru Сайт Интуит
11	Курс «Математическая статистика» / Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=23454

16. Перечень учебно-методического обеспечения

№ п/п	Источник
16	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учебное пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2012. – 164 с. – Ч.1. – Режим доступа http://www.novikova-nm.ru

17	Новикова Н.М. Прикладная математическая статистика: учебное пособие / Н.М. Новикова, С.Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ, 2013. – 179 с. – Ч.2. – Режим доступа http://www.novikova-nm.ru
----	---

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Математическая статистика», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-технического обеспечения дисциплины:

Мебель и оборудование	Программное обеспечение
Лекции	
Специализированная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения).	ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, Мой Офис, Libre Office)
Практические, лабораторные занятия, организация самостоятельной работы	
Специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран).	ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, Мой Офис, Libre Office), специализированное ПО по тематике дисциплины (допускается демоверсия или виртуальный аналог ПО).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Задачи математической статистики. Основы выборочного метода	ОПК-1	ОПК-1.2, ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания, Лабораторная работа
2	Точечные оценки параметров распределения		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания, Лабораторная работа
3	Методы построения точечных оценок		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания
4	Распределения, связанные с нормальным распределением		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания
5	Интервальное оценивание		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания
6	Проверка статистических гипотез		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания
7	Критерии согласия и однородности			
8	Метод наименьших квадратов		ОПК-1.3	Практико-ориентированные задания, Лабораторная работа
Промежуточная аттестация: форма контроля – зачет с оценкой				

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: Практико-ориентированные задания и лабораторные работы.

Лабораторные работы

Каждая лабораторная работа содержит практико-ориентированное задание, которое выполняется с помощью Microsoft Excel и/или Statistics. Оценивание лабораторной работы осуществляется на основе отчета в шкале 2-5.

Отлично	В отчете представлен теоретический минимум по теме лабораторной работы; проведен анализ задачи и получено ее решение с использованием ППП или на основе разработанной компьютерной программы; проведен анализ полученного решения и сделаны выводы; отчет аккуратно оформлен.
Хорошо	В отчете представлен теоретический минимум; в анализе задачи и/или в представленном решении имеются незначительные погрешности; отсутствуют некоторые практические выводы; имеются незначительные замечания по оформлению.
Удовлетворительно	В отчете представлен теоретический минимум; не проведен анализ задачи, но получено решение, по которому имеются незначительные замечания; отсутствуют анализ решения и выводы; имеются незначительные замечания по оформлению.
Неудовлетворительно	Задание лабораторной работы выполнено с грубыми ошибками; отчет оформлен неаккуратно.

Примеры практико-ориентированных заданий

1. По схеме бесповторной выборки в некотором крупном городе проводилось исследование количества вызовов скорой помощи в сутки. За последние три года отобраны 90 дней. Результаты представлены в таблице

Число вызовов	Менее 400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	Более 900	Итого
Кол-во дней	9	12	21	20	18	8	2	90

Найти: а) вероятность того, что среднее число вызовов в день за указанный период отличается от среднего их количества в выборке не более чем на 25 (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0.95 заключена доля тех дней за рассматриваемый период, в которых количество вызовов было не менее 700.

2. По данным задачи 1, используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0.05 проверить гипотезу о том, что случайная величина *количество вызовов в день* распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 60 образцов сырья по процентному содержанию в них минерала X (%) и минерала Y (%) представлено в таблице

X, Y	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	Итого
20-30	4	3	1			8
30-40	3	5	2	2		12
40-50	1	4	10	4		19
50-60		3	4	5	2	14
60-70			1	3	3	7

Итого	8	15	18	14	5	60
-------	---	----	----	----	---	----

Необходимо: а) вычислить групповые средние и построить эмпирические линии регрессии; б) вычислить коэффициент корреляции и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y ; в) найти уравнения прямых регрессии и построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии; г) используя соответствующее уравнение регрессии, определить процентное содержание минерала X в сырье, содержащем 18% минерала Y .

4. Одним и тем же прибором со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma = 40$ м произведено 5 равноточных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный интервал для оценки истинного расстояния a до цели с надежностью 0,95, зная среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x} = 2000$ м.

5. Методом максимального правдоподобия по выборке $x_1, \dots, x_n$ оценить параметры нормального распределения.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета с оценкой. Оценивание обучающихся осуществляется в соответствии со следующими **критериями**:

- решение практико-ориентированных на практических занятиях;
- выполнение лабораторных работ (средний балл).

Отлично	Решены все практико-ориентированные задания, выданные преподавателем на практических занятиях; средний балл по лабораторным работам составляет 4-5.
Хорошо	Решено большинство практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет 3.5-4.
Удовлетворительно	Решено менее половины практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет 3-3.5.
Неудовлетворительно	Решено значительно менее половины практико-ориентированных заданий; средний балл по лабораторным работам составляет менее 3 баллов.

20.3. Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. *Репрезентативная выборка* – это

- а) выборка, при которой выбранный объект (при выборе следующего) возвращается в генеральную совокупность;
- б) выборка, которая составляет большую часть генеральной совокупности;
- в) выборка, каждый объект которой выбран случайно из генеральной совокупности;
- г) выборка, которая правильно представляет пропорции генеральной совокупности.

Ответ: в), г)

2. Укажите истинные высказывания среди перечисленных ниже

- а) эмпирическая функция распределения сходится по вероятности к теоретической функции распределения;

- б) эмпирическая функция распределения сходится к теоретической функции распределения;
- в) эмпирическая функция распределения определяет относительную частоту события $X < x$;
- г) эмпирическая функция распределения является невозрастающей;
- д) область значений эмпирической функции распределения есть $[0, \infty)$.

Ответ: а), в)

3. Установите соответствие между приведенными ниже определениями

- 1) – это статистическая оценка, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки;
- 2) – это статистическая оценка, которая при заданном объеме выборки имеет наименьшую возможную дисперсию;
- 3) – это статистическая оценка, которая при $n \rightarrow \infty$ стремится по вероятности к оцениваемому параметру

и следующими свойствами точечных оценок

- а) эффективность;
- б) несмещенность;
- в) состоятельность.

Ответ: 1)-б), 2)-а), 3)-в)

4. Оценкой максимального правдоподобия параметра λ распределения Пуассона

$$\text{на } \left(P_n(X = m) = \frac{\lambda^m \cdot e^{-\lambda}}{m!} \right) \text{ является}$$

- а) выборочная средняя;
- б) выборочная дисперсия;
- в) выборочное среднее квадратическое отклонение.

Ответ: а)

5. Пусть X – количество удобрений, Y – урожай зерна. С одинаковых по площади участков земли при равных количествах внесенных удобрений можно получить различный урожай, что объясняется влиянием случайных факторов. Но, как показывает опыт, средний урожай зависит от количества удобрений. Укажите тип зависимости Y от X

- а) функциональная;
- б) статистическая;
- в) корреляционная.

Ответ: в)

6. Предположим, что необходимо проверить гипотезу о том, что математическое ожидание a нормального распределения равно 8. Укажите правильный выбор основной и конкурирующей гипотез

- а) $H_0 = 8, H_1 \neq 8$;

- б) $H_0 \neq 8, H_1 = 8$;
 в) $H_0 = 8, H_1 > 8$;
 г) $H_0 = 8, H_1 = 10$

Ответ: а), в)

7. При проверке статистических гипотез могут быть допущены ошибки двух родов. *Ошибка второго рода* состоит в том, что

- а) будет отвергнута правильная гипотеза;
 б) будет принята неправильная гипотеза.

Ответ: б)

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Пусть выборочная совокупность задана таблицей распределения

x_i	1	2	3	4
n_i	20	15	10	5

Определите выборочную дисперсию.

Ответ: 1

2. Пусть случайная величина X имеет нормальное распределение с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 3$. Найти границы доверительного интервала для оценки неизвестного математического ожидания a по выборочным средним $\bar{x}$, если объем выборки $n = 36$ и задана надежность оценки $\gamma = 0.95$. Параметр t , на основе которого определяется доверительный интервал, находится из равенства $\Phi(t) = \gamma/2$, где Φ – функция Лапласа. По заданному значению $\gamma = 0.95$ по таблице функции Лапласа найдем $t = 1.96$.

Ответ: 3.12; 5.08.

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые с вариантами ответов, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

2) открытые задания (тестовые с кратким текстовым ответом, повышенный уровень сложности):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).